

## ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию **Лылова Евгения Владимировича**  
*«Математическое моделирование процессов  
с локализованными особенностями на геометрическом графе»*,  
представленную на соискание ученой степени кандидата физико-  
математических наук по специальности 05.13.18 – Математическое  
моделирование, численные методы и комплексы программ

**Актуальность темы диссертации.** Развитие качественных и приближенных аналитических методов исследования математических моделей сетеподобных конструкций основано на анализе соответствующих начально-краевых задач для систем уравнений с распределенными параметрами на геометрическом графе. История развития теории дифференциальных уравнений на сетях хотя и не велика, по-видимому, несколько более 25 лет, но уже имеет свои ярко выраженные тенденции и особенности. Большинство работ посвящено так называемым прямым задачам спектральной теории. К наиболее крупным результатам зарубежных математиков следует отнести работы G. Lumer, S. Nicaise, J. Below. В нашей стране основные исследования в этом направлении проводились Ю.В. Покорным, М.Г. Завгородним, К.П. Лазаревым, О.М. Пенкиным.

В диссертационной развивается вариационный метод построения математических моделей с локализованными особенностями на графе. Приведено доказательство возможности применения метода Фурье для математической модели малых вынужденных колебаний сетки из струн с сосредоточенными массами.

В настоящее время численные методы для уравнений с распределенными параметрами на графах находятся в стадии формирования. Актуальность диссертационной работы обусловлена необходимостью адаптировать метод конечных элементов для рассматриваемых моделей, получить оценку погрешности метода.

**Степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации.** Все научные положения, выводы и рекомендации диссертации получены с использованием методов функционального анализа, теории математического моделирования, теории графов. Доказательство приведенных в диссертации утверждений конструктивно.

Основным математическим инструментом исследований являются формализмы качественной теории краевых задач на графах. Приведено вариационное обоснование математических моделей деформации и малых вынужденных колебаний сетки из струн, приведены доказательства корректности моделей. Также в диссертации корректно обосновано использование численных методов исследования систем с распределенными параметрами на графах: адаптирован метод конечных элементов для рассматриваемых моделей, получены оценки погрешности метода. На основе предложенных методов разработан комплекс программ на языке Python.

**Научная новизна.** Перечисленные ниже основные научные результаты диссертации являются новыми.

*В области математического моделирования:*

– Вариационное обоснование математических моделей, описывающих малые деформации и малые вынужденные колебания растянутой сетки из струн с локализованными особенностями.

– Доказательство корректности математических моделей на геометрическом графе (*п.1 Паспорта специальности*).

*В области численных методов:*

– Доказательство возможности применения метода Фурье для математической модели малых вынужденных колебаний сетки из струн с сосредоточенными массами (*п.3 Паспорта специальности*).

– Эффективные численные методы решения рассматриваемых математических моделей на геометрическом графе (адаптирован метод конечных элементов для математических моделей и получена оценка

сходимости приближенного решения к точному). (п.3 Паспорта специальности).

*В области комплексов программ:*

– Программный комплекс для решения задач на геометрическом графе с проведением вычислительных экспериментов на тестовых задачах (п.4 Паспорта специальности).

Таким образом, имеются результаты из всех областей Паспорта специальности по трем пунктам Паспорта. В работе преобладают аналитические математические методы исследования, что соответствует отрасли – физико-математические науки.

**Теоретическая значимость.** Полученные в диссертации результаты и разработанные в ней методы расширяют множество известных моделей в направлении использования пространств классических решений соответствующих начально-краевых задач и могут быть использованы в исследованиях научно-краевых задач для дифференциальных систем с локализованными особенностями. Теоретические результаты диссертационной работы могут быть использованы в научных разработках, проводимых в Московском, Санкт-Петербургском, Саратовском, Воронежском государственных университетах, Южном федеральном университете и других научных центрах.

**Ценность работы для практики.** Полученные в работе результаты составляют несомненный вклад в развитие математических методов изучения задач, порожденных практическими нуждами. Разработанные численные методы составили алгоритмическую основу для программного комплекса, позволяющего решить задачи прежде всего в тех областях, где такая особенность обусловлена геометрическими свойствами исследуемых объектов.

**Критические замечания.** Отмечая в целом четкость и полноту доказательств, приведенных в диссертации результатов, следует сделать ряд замечаний.

1. В вариационный функционал автором не включена потенциальная энергия взаимодействия системы с внешней средой через граничные вершины, учет которой позволяет в вариационной постановке получать также и граничные условия, что несколько сужает возможности развиваемого метода моделирования.

2. Трехдиагональные системы уравнений получаются лишь для линейных систем, для разветвленной сетки обычно формируется более сложная структура уравнений, требующая дополнительной адаптации алгоритмов решения.

3. Использование одного и того же обозначения  $\varphi_k$  для собственных функций и начальных условий представляется неудачным при изложении результатов исследования.

Отметим также наличие опечаток и погрешностей технического характера в оформлении работы, количество которых, однако, не превышает разумного числа. Наличие указанных недостатков в работе не приводит к недоразумениям или неверному толкованию представленных в ней результатов исследования и не снижают общего высокого мнения о диссертационной работе Лылова Е.В.

### **Заключение**

Диссертационная работа Лылова Е.В. выполнена на достаточно высоком научном и теоретическом уровне. Соискателем предложен новый подход при математическом моделировании процессов с локализованными особенностями, разработан комплекс численных методов и программ для проведения численных экспериментов. Диссертация является самостоятельным исследованием, содержит совокупность новых научных результатов и положений, выдвигаемых автором для публичной защиты, является завершенной научно-квалификационной работой. Все основные



результаты и положения работы опубликованы в научных изданиях и журналах, внесенных в перечень журналов и изданий, утвержденных ВАК, содержание автореферата и научные публикации правильно отражают содержание диссертации. В тексте диссертации даны корректные ссылки на авторов и источники. Следует отметить также высокий уровень оформления текста работ. Язык и стиль диссертации соответствуют общепринятым нормам по специальности. Методология, структура диссертационной работы полностью отвечает трем основным компонентам специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Диссертация соответствует требованиям п. 9 «Положения о присуждении ученых степеней» ВАК Министерства образования и науки РФ, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор, **Лылов Евгений Владимирович**, заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико–математических наук по специальности 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

Заведующий кафедрой высшей математики и физико-математического моделирования Воронежского государственного технического университета, доктор физико-математических наук, профессор,

17.04.2015

Игорь Леонидович Батаронов

Батаронов Игорь Леонидович  
Тел. 8 (473) 246-42-22  
e-mail: i-bataronov@mail.ru  
394027, г. Воронеж, Московский  
проспект, 14 ВГТУ

